

## 02.02. Aplicaciones especiales

### 02.02.01. Cambio de temperatura longitudinal en una tubería

Para obtener el valor exacto del cambio de temperatura de un fluido a lo largo de una tubería, se aplica la siguiente ecuación:

$$\theta_{im} - \theta_a = (\theta_{im} - \theta_a) \cdot e^{-\alpha l} \quad ^\circ\text{C}$$

donde

$\theta_{im}$  es la temperatura inicial del fluido, en  $^\circ\text{C}$ ;

$\theta_m$  es la temperatura final del fluido, en  $^\circ\text{C}$ ;

$\theta_a$  es la temperatura ambiente, en  $^\circ\text{C}$ ;

$l$  es la longitud de la tubería en m.

donde  $\alpha$  es:

$$\alpha = \frac{U_l \cdot 3,6}{\dot{m} \cdot c_p} \text{ m}^{-1}$$

siendo

$U_l$  la transmisión térmica lineal, en  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;

$\dot{m}$  flujo másico medio, en  $\text{kg}/\text{h}$

$c_p$  calor específico presión constante, en  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Como en la práctica el cambio de temperatura aceptable es normalmente pequeño, se aplica la siguiente ecuación para un cálculo aproximado:

$$\Delta\theta = \frac{q_l \cdot l \cdot 3,6}{\dot{m} \cdot c_p} \text{ } ^\circ\text{C}$$

donde

$\Delta\theta$  es el cambio de temperatura longitudinal en °C

$q_l$  es la densidad lineal de flujo de calor en W/m.

$q_l$  se puede calcular sólo en el caso de que se conozca la temperatura media del fluido, lo que supone que  $\Delta\theta$  debe ser conocida, para lo que es preciso utilizar un método de cálculo iterativo partiendo de un valor  $\Delta\theta$  estimado. Es preciso repetir el procedimiento iterativo tantas veces como sea necesario hasta que la variación de  $\Delta\theta$  sea aceptable.

### **Ejemplo. Cálculo de la caída de temperatura de una tubería de vapor caliente.**

Condiciones de contorno:

temperatura inicial:	$\theta_{im} = 250 \text{ °C}$
presión media:	$p = 1\,000\,000 \text{ Pa}$
flujo de masa medio:	$\dot{m} = 45\,000 \text{ kg/h}$
calor específico:	$c_p = 2,233 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$
temperatura del aire exterior:	$\theta_a = -10 \text{ °C}$
diámetro de la tubería:	$D_i = 0,40 \text{ m}$
longitud de la tubería:	$l = 2\,500 \text{ m}$
espesor de aislamiento de lana de roca manta SPINTEX 613-40:	$d = 0,12 \text{ m}$
conductividad térmica del aislamiento entre 250 °C y 25 °C	$\lambda = 0,061 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$

Los coeficientes superficiales interior y exterior se desprecian en este ejemplo. Esto proporciona una densidad lineal del flujo de calor:

$$q_l = \frac{2 \pi \lambda}{\ln D_e/D_i} (\theta_{si} - \theta_{sc}), \text{ resultando: } q_l = 182,82 \text{ W/m}$$

Este valor se incrementa en 20% por montaje, resultando  $q_l = 219,4 \text{ W/m}$ , lo que proporciona una caída de temperatura longitudinal de aproximadamente:

$$\Delta\theta = \frac{219,4 \cdot 2500 \cdot 3,6}{45000 \cdot 2,233} = 19,64 \text{ °C}$$

La caída de temperatura se calcula con más exactitud utilizando la ecuación de la temperatura final:

$$\theta_{im} = -10 + (250 + 10) \cdot \exp(-2,92 \cdot 10^{-5} \cdot 2500) = 231,7 \text{ °C}$$

Por tanto, la caída exacta de temperatura es  $250 - 231,7 = 18,3 \text{ °C}$ .

NOTA: El cálculo exacto de  $\alpha$  es:

$$\alpha = \frac{U_i \cdot 3,6}{\dot{m} \cdot c_p} = \frac{2 \cdot 0,061 \cdot \pi}{0,47} \cdot 3,6}{45000 \cdot 2,23} = 2,92 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$$

**02.02.02. Cambio de temperatura y tiempo de enfriamiento en acumuladores y depósitos.**

El tiempo de enfriamiento para un cambio de temperatura determinado viene dado por:

$$t_v = \frac{(\theta_{im} - \theta_a) \cdot (m \cdot c_p) \cdot \ln \frac{(\theta_{im} - \theta_a)}{(\theta_{im} - \theta_a)}}{q \cdot 3,6 \cdot A} \quad h$$

donde

$$q = \frac{(\theta_{im} - \theta_a)}{\frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} \quad W/m^2$$

para

$\theta_{im}$  es la temperatura final media del líquido, °C

$\theta_{im}$  es la temperatura inicial media del líquido, en °C

$\theta_a$  es la temperatura ambiente, en °C

$U_l$  es la transmisión térmica lineal, en  $W/(m \cdot K)$

$q$  es la densidad del flujo de calor en  $W/m^2$

$A$  es la superficie del acumulador o depósito en  $m^2$

$l$  longitud de la tubería

$m$  es la masa del contenido en kg

$t_v$  es el tiempo de enfriamiento en horas

$c_p$  es la capacidad calorífica del fluido en  $kJ/(kg \cdot K)$  (calor específico).

Para un depósito esférico,  $q \cdot A$  es reemplazado por la tasa de flujo de calor  $\Phi_{sph}$  (W).

El cálculo exacto de la caída de temperatura en función del tiempo se formula de acuerdo a la siguiente ecuación, similar al cambio de temperatura longitudinal en una tubería variando  $l$  por  $t$  y  $\alpha$  por  $\alpha'$ :

$$(\theta_{im} - \theta_a) = (\theta_{im} - \theta_a) \cdot e^{-\alpha' \cdot t} \quad K$$

donde

$$\alpha'_s = \frac{U_l \cdot A \cdot 3,6}{m \cdot c_p}, \quad \text{para superficies planas o cilíndricas con } D > 1$$

$$\alpha'_l = \frac{U_l \cdot l \cdot 3,6}{m \cdot c_p}, \quad \text{para tuberías con fluido en reposo}$$

La caída de temperatura con el tiempo puede calcularse aproximadamente con las ecuaciones respectivas:

$$\Delta\theta_s = \frac{q \cdot A}{m \cdot c_p} \cdot t \cdot 3,6 \quad ^\circ C$$

$$\Delta\theta_l = \frac{q \cdot l}{m \cdot c_p} \cdot t \cdot 3,6 \quad ^\circ C$$

**02.02.03. Cálculo del tiempo de enfriamiento y congelación de líquidos en reposo**

Es imposible prevenir la congelación de un líquido en una tubería, aunque esté aislada, durante una unidad de tiempo arbitrariamente largo.

Tan pronto como el líquido (normalmente agua) en la tubería es estacionario, el proceso de enfriamiento comienza.

La densidad de flujo de calor  $q_l$  de un líquido estacionario es determinada por la energía almacenada en el líquido  $c_{pw}m_w$  y en el material de la tubería  $c_{pp}m_p$ , así como por la entalpía requerida para transformar agua en hielo.

Si  $c_{pp}m_p \ll c_{pw}m_w$  entonces  $c_{pp}m_p$  puede ser ignorado.

El tiempo hasta el comienzo de la congelación se calcula de acuerdo a la siguiente expresión.

$$t_v = \frac{(\theta_{im} - \theta_a) \cdot (m_p \cdot c_{pp} + m_w \cdot c_{pw}) \cdot \ln \frac{(\theta_{im} - \theta_a)}{(\theta_{im} - \theta_a)}}{q_{wp} \cdot 3,6 \cdot l} h$$

donde

$$q_{wp} = \frac{\pi \cdot (\theta_{im} - \theta_a)}{\frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{D_e}{D_i} + \frac{1}{h_e \cdot D_e}} W/m$$

para

$l$  es la longitud de la tubería en m

$\theta_{im}$  es la temperatura final media del líquido, °C

$\theta_{im}$  es la temperatura inicial media del líquido, en °C;

$\theta_a$  es la temperatura ambiente, en °C;

$m_w$  es la masa de agua en kg

$m_{pp}$  es la masa de la tubería en kg

$c_p$  es la capacidad calorífica en kJ/(kg · K).

Si se establece una comparación entre tuberías aisladas y no aisladas, la influencia del coeficiente superficial de la tubería no aislada debe ser tomada en consideración. La densidad de flujo de calor de la tubería no aislada es dada por:

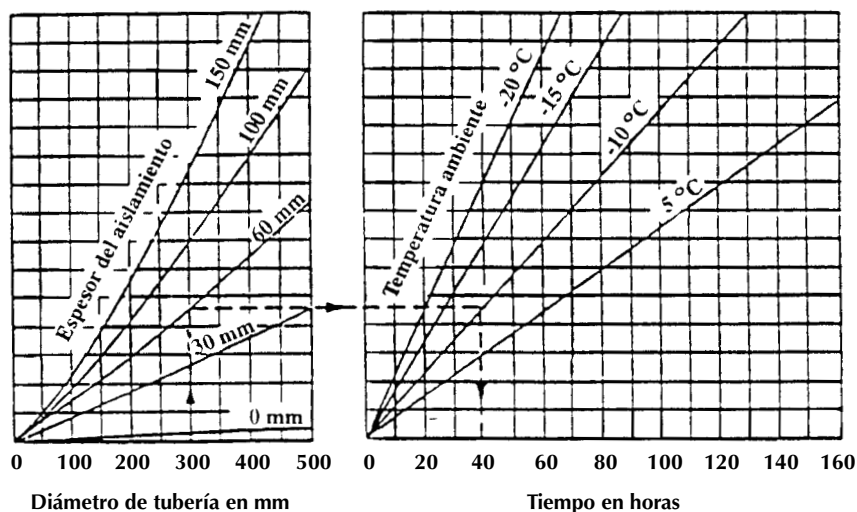
$$q_1 = h_e \cdot (\theta_{im} - \theta_a) \cdot \pi \cdot D_e$$

Como una aproximación el tiempo de enfriamiento viene dado por:

$$t_v = \frac{(\theta_{im} - \theta_{im}) \cdot (m_p \cdot c_{pp} + m_w \cdot c_{pw})}{q_{wp} \cdot 3,6 \cdot l} h$$

En tuberías aisladas, la resistencia térmica superficial exterior será despreciable para el cálculo de  $q$ . Puede utilizarse como método aproximado el método indicado en el Diagrama 2.

Diagrama 2: Determinación de los tiempos de enfriamiento de 5 °C a 0 °C



El máximo tiempo permitido de agua en tuberías de diferente diámetro y con distintos espesores de aislamiento para evitar la congelación del agua en una tubería. Temperatura inicial del agua = 5 °C, velocidad del aire = 5 m/s,  $\lambda = 0,040 W/(m \cdot K)$ ,  $h_e = 20 W/(m^2 \cdot K)$ .

El tiempo de congelación es función del flujo de calor y del diámetro de la tubería. Viene dado por:

$$T_{fr} = \frac{f}{100} \cdot \frac{\rho_{ice} \cdot \pi \cdot D_i^2 \cdot h_{fr}}{q_{fr} \cdot 3,6 \cdot 4} \quad h$$

siendo una tubería aislada:  $(-\theta_a)$

$$q_{fr} = \frac{\pi \cdot (-\theta_a)}{\frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{D_e}{D_i}} \quad W/m$$

donde

$f$  es el porcentaje de agua transformado en hielo;

$D_i$  es el diámetro de la tubería, en m;

$h_{fr}$  es la entalpía específica (calor latente de congelación del agua) = 334 kJ/kg;

$\rho_{ice}$  es la densidad de hielo a 0 °C = 920 kg/m<sup>3</sup>.

El porcentaje de agua transformado en hielo debe determinarse según las exigencias, por ejemplo, 25% ( $f = 25$ ).

### **Ejemplo**

#### **Determinación del tiempo de enfriamiento hasta 0 °C y de congelación parcial del agua (25% del volumen).**

Condiciones de contorno:

diámetro interior de la tubería:	$D_{ip} = 0,10 \text{ m}$
diámetro del aislamiento interior:	$D_i = 0,1079 \text{ m}$
temperatura del agua al comienzo del enfriamiento:	$\theta_{im} = +10 \text{ °C}$
temperatura ambiental:	$\theta_a = -10 \text{ °C}$
espesor del aislamiento:	$d = 0,100 \text{ m}$
conductividad térmica de la coquilla de vidrio ISOVER:	$\lambda = 0,03 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
calor del agua:	$m_w \cdot c_{pw} = 38,28 \text{ kJ/K}$
calor latente de congelación:	$h_{fr} = 334 \text{ kJ/kg}$
calor específico del agua:	$c_{pw} = 4,2 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$
densidad del hielo:	$\rho_{ice} = 920 \text{ kg/m}^3$

Se calcula el flujo de calor, despreciando el coeficiente superficial  $h_e$ .

$$q_{fr} = \frac{\pi \cdot 20}{\frac{1}{2 \cdot 0,03} \cdot \ln \frac{0,3079}{0,1079}} = 3,59 \text{ W/m}$$

El correspondiente tiempo de enfriamiento hasta el punto de congelación:

(Suponemos longitud de tubería de 1 m. Despreciamos  $m_p \cdot c_{pp}$ )

$$t_v = \frac{10 \cdot 38,28 \cdot \ln \frac{20}{10}}{3,59 \cdot 3,6} = 20,52 \text{ h}$$

Para el cálculo del tiempo de congelación debe obtenerse primero el valor del flujo de calor que en este caso:  $q_{fr} = 1,8 \text{ W/m}$ .

Luego:

$$t_{fr} = \frac{25}{100} \cdot \frac{920\pi \cdot (0,100)^2 \cdot 334}{1,8 \cdot 3,6 \cdot 4} = 93,1 \text{ h}$$

#### 02.02.04. Tuberías enterradas

Tuberías enterradas con o sin aislamiento térmico ya sea en canales o directamente en el suelo.

El flujo térmico por metro lineal de una tubería enterrada se calcula con:

$$q_{l,E} = \frac{\theta_i - \theta_{sE}}{R_i + R_E} \text{ W/m}$$

donde

$\theta_i$  es la temperatura media en °C;

$\theta_{sE}$  es la temperatura superficial en °C del terreno;

$R_E$  es la resistencia térmica en  $(\text{m} \cdot \text{K})/\text{W}$  para una tubería en suelo homogéneo;

$\lambda_E$  es la conductividad térmica del suelo en  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;

$h_E$  es la distancia entre el centro de la tubería y la superficie en m.

$R_i$  es la resistencia térmica en  $(\text{m} \cdot \text{K})/\text{W}$  para la tubería enterrada y aislada.

La resistencia térmica para el suelo (veáse figura 9) se calcula de acuerdo con la ecuación.

$$R_E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_E} \cdot \text{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{D_i} \text{ (m} \cdot \text{K)/W}$$

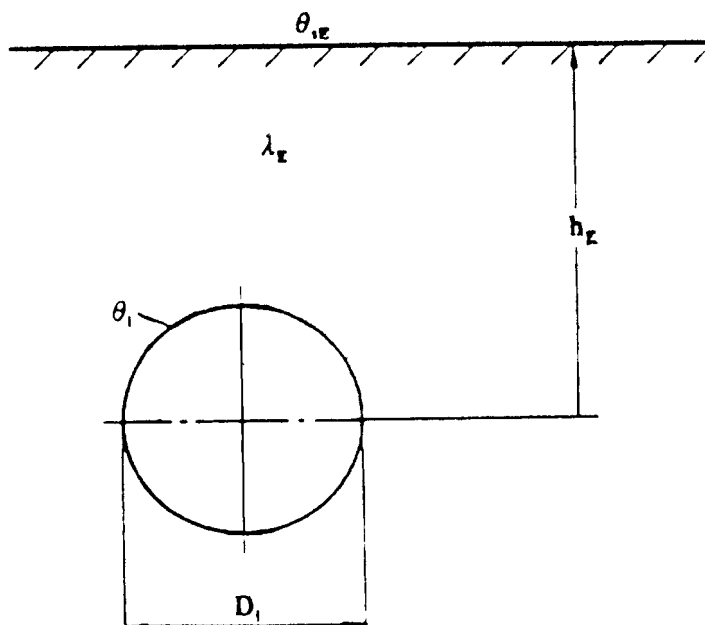


Fig. 9. Tubería enterrada sin aislamiento

La ecuación anterior se simplifica para  $h_E/D_i > 2$

$$R_E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_E} \cdot \ln \frac{4 \cdot h_E}{D_i} \quad (\text{m} \cdot \text{K})/\text{W}$$

Para tuberías enterradas con capas de aislamiento de acuerdo con la figura 10, la resistencia térmica se calcula de acuerdo con la ecuación

$$R_i = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{\lambda_j} \cdot \ln \frac{D_{ej}}{D_{ij}} \right) \quad (\text{m} \cdot \text{K})/\text{W}$$

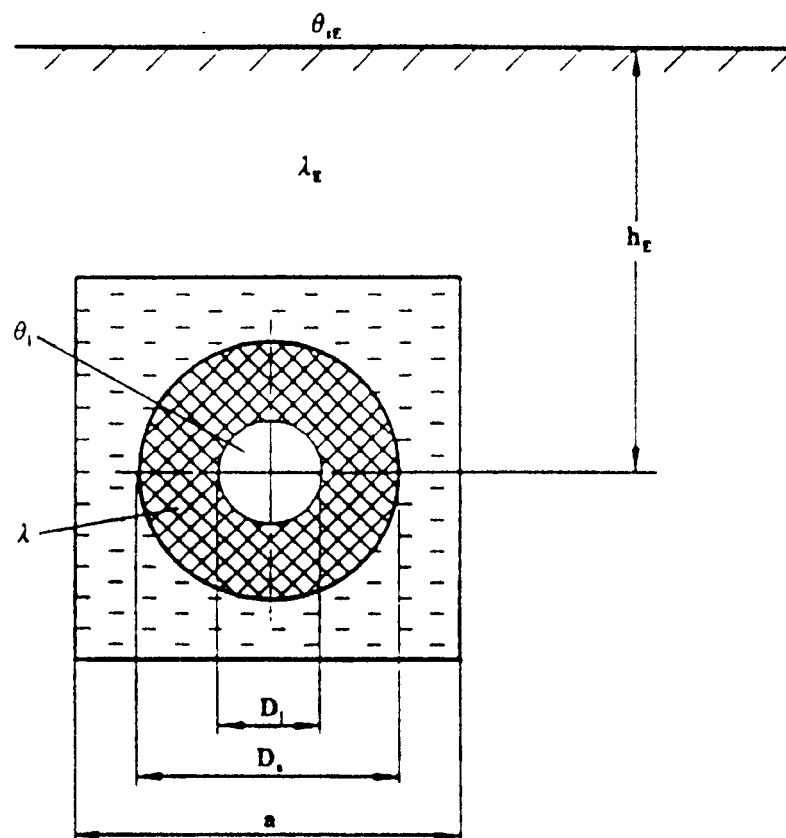


Fig. 10. Tubería enterrada compuesta de varias capas, por ejemplo de un material aislante y revestimiento asentada en un área preparada (por ejemplo arena) de sección cuadrada

La sección transversal de la capa exterior con una longitud equivalente ( $a$ ) se toma en consideración con un diámetro equivalente.

$$D_n = 1,073 \cdot a \quad \text{en m}$$

El diámetro interior  $D_i$  es idéntico a  $D_o$  (donde  $j = 1$ ). La resistencia térmica del terreno  $R_E$  resulta en este caso

$$R_E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_E} \operatorname{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{D_n} \quad (\text{m} \cdot \text{K})/\text{W}$$

Existen métodos de cálculo para la determinación de la cantidad de flujo de calor y la temperatura del terreno para otras tuberías adyacentes.

En el caso de tuberías revestidas utilizadas normalmente, adyacentes entre sí, si  $\lambda_1 \ll \lambda_E$ , normalmente es suficiente el cálculo como aproximación inicial, ya que los efectos mutuos pueden despreciarse.